

PROGRAMA



Aprendiendo desde casa

MATEMÁTICAS TEMA 6

Múltiplos, Divisores y Potenciación de los números naturales

Dirigido a los niños de la educación primaria

Dra. Iris A. López



@AccionVzla



@AccionVzla

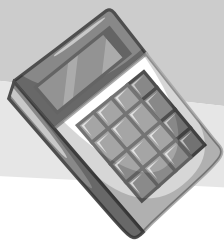


@AccionPorVzla



Acción Por
Venezuela

www.accionporvenezuela.com



Introducción

El siguiente es un material de apoyo, a manera de modelo, con la finalidad de proponer al niño de actividades que le permitan desarrollar tres nociones fundamentales:

- La noción de múltiplo de un número natural.
- La noción de divisor de un número natural.
- La noción de potenciación.

Esperamos que la secuencia de los ejercicios propuestos, permitan a los niños adquirir dichas nociones en el contexto de los números naturales $N=\{1,2,3,4,\dots\}$ junto con el número cero (0).

De manera introductoria, podemos establecer los siguientes conceptos:

Múltiplos de un número: Dado un número natural cualquiera n , los múltiplos de n , se definen como aquellos números obtenidos al multiplicar n por todos los números naturales. Por ejemplo, si $n=3$ y queremos hallar todos los múltiplos de 3, tenemos que multiplicar 3, por todos los números naturales. Así, los múltiplos de 3 lo constituye el conjunto formado por:

$$\{0,3,6,9,12,15,18,\dots\}$$

Del ejemplo anterior observamos que:

- El conjunto de los múltiplos de un número está formado por una cantidad infinita de números.
- El valor cero $\{0\}$ es múltiplo de todo número.
- Todo número es múltiplo de sí mismo.

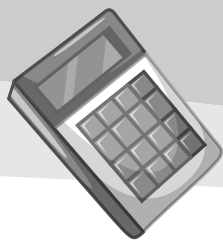
Divisores de un número: Dado un número natural cualquiera n , diremos que los divisores de un número son todos aquellos que lo dividen exactamente. Por ejemplo, si $n=10$, los números naturales que dividen exactamente a 10 son: 1, 2, 5 y 10.

Por lo tanto, observamos que

- El número uno $\{1\}$ no tiene más divisor que sí mismo.
- El número $\{1\}$ es divisor de todo número.
- Todo número es divisor de sí mismo,
- El cero $\{0\}$ no es divisor de ningún número.

Por otra parte, podemos establecer que

“La potenciación representa una multiplicación abreviada”



Por ejemplo, la expresión 2.2.2.2, que consiste en multiplicar 2 por sí mismo 4 veces, lo expresamos como:

$$2^4 = 2.2.2.2 = 2.2.4 = 2.8 = 16.$$

Observamos que el cálculo anterior lo hemos realizado asociando cada factor con el siguiente y desarrollando la multiplicación respectiva.

En la potenciación, identificamos los siguientes elementos:

$$\begin{array}{l} 2^4 \rightarrow \text{exponente} \\ \rightarrow \text{base} \end{array}$$

- La base representa el número que se va a multiplicar
- El exponente representa el número de veces que se va a multiplicar la base.

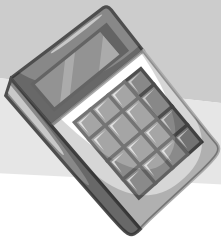
Recomendaciones generales: Antes de iniciar la enseñanza de todas estas nociones es fundamental y necesario que el niño domine cabalmente, las operaciones de multiplicación y de división de números naturales.

Por lo tanto, sugerimos:

- Trabajar un solo tema a la vez. Las sesiones de estudio deben adaptarse al ritmo del niño. Los ejercicios propuestos son modelos, pero usted proponga ejercicios similares. Utilice hojas o un cuaderno aparte.
- No continúe a un ejercicio de dificultad mayor, si aún el niño no domina los ejercicios de menor complejidad.
- Las nociones de múltiplo y divisor de un número requieren de tiempo y paciencia. Preséntele al niño muchos ejemplos, antes de seguir avanzando con otros contenidos, para no confundirlo.
- Permita que el niño haga el razonamiento, los cálculos y que los escriba en el papel detalladamente. Déjelo contar con los dedos, si así lo necesita. El objetivo fundamental es que comprenda los conceptos y realice los ejercicios correctamente, sin importar el tiempo que les tome en ello. Usted quiere un niño que desarrolle competencias, no una calculadora. Recuerden: “rápido no es sinónimo de mejor”

Una observación importante es que esta guía no está dedicada a niños muy pequeños. Si bien es cierto que las operaciones de potenciación podrían ser enseñadas de “forma mecánica”, la comprensión de otras nociones, tales como, múltiplos, divisores, números primos, números pares e impares, etc., requieren de mayor madurez, por lo que recomendamos trabajar estos conceptos con niños un poco más grandes (equivalente a un 5to y 6to grado).

“A continuación, explique a su niño todas las nociones anteriormente expuestas y proceda a desarrollar las siguientes actividades”



Actividades

Actividad 1: Lee con atención:

$$3.3.3.3 = 3^4$$

Observamos que el 3 se repite 4 veces. Entonces lo multiplicamos 4 veces: $3.3=9$, luego $9.3=27$, y $27.3=81$. Por lo tanto,

$$3^4 = \overbrace{3.3.3.3} = \overbrace{9.3.3} = \overbrace{27.3} = 81.$$

De forma similar, observamos que

$$4.4 = 4^2$$

y en este caso, como $4.4=16$, concluimos que $4^2=16$.

Otro ejemplo es $7.7.7 = 7^3$. Así, al multiplicar, $7.7.7 = 49.7 = 343$ obtenemos que $7^3 = 343$.

“A los números grandes se les llama base y a los números pequeños se les llama exponentes”

$$\begin{array}{ccc} 3^4 \rightarrow \text{exponente} & 4^2 \rightarrow \text{exponente} & 7^3 \rightarrow \text{exponente} \\ \rightarrow \text{base} & \rightarrow \text{base} & \rightarrow \text{base} \end{array}$$

Sin embargo, $10=10^1$, $3^1=3$, $9^1=9$,...etc, es decir, cualquier número natural tiene exponente igual a 1. Particularmente,

“Todo número natural diferente de cero, pero con exponente cero, es igual a 1”
 $a^0 = 1$, para todo $a \neq 0$

Ejemplos: $2^0=1$, $100^0=1$, $4^0=1$,...etc.

¡Ten cuidado en no confundir 3.2 y 3^2 !

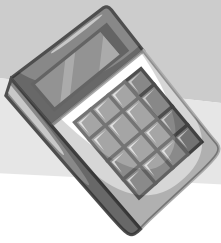
Estos productos son diferentes porque

$$3.2=6, \text{ pero } 3^2=3, 3=9.$$

Así, el número 3^2 se lee como “tres elevado a la 2”

Ahora, siguiendo los ejemplos anteriores, escribe en forma de potencia los siguientes productos:

$3.3.3=$	$23.23=$
$1.1.1.1.1.=$	$4.4.4.4.4.4.4.=$
$2.2.2.2.2.2.2.2.=$	$6.6.6.6.=$
$10.10.10.=$	$8.8.8.8.8.8.8.8.=$
$5.5.5.=$	$0.0.0.0.0.0.=$ (¡ojo!)
$8.8.8.8.=$	$14.14.14.14.=$
$6.6.6.=$	$a.a.a.a.a.a.=$ (¡ojo!)
$5.5.5.5.=$	$7.=$



Actividad 2: Escribe en palabras como se lee cada uno de los siguientes números:

2^0
 12^2
 5^4
 9^9
 8^3
 312^7
 50^1
 21^5

Actividad 3: Resuelve cada una de las siguientes potencias (usa hojas aparte para escribir los cálculos en detalle)

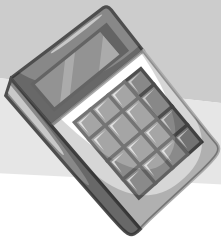
$2^4=$	$1^5=$	$7^4=$
$12^2=$	$5^6=$	$11^2=$
$10^3=$	$10^4=$	$102^0=$
$50^2=$	$6^3=$	$45^3=$
$9^3=$	$4^3=$	$8^4=$

Actividad 4: Completa el siguiente cuadro, identificando cada elemento:

Base	Exponente	Potenciación	Valor
4	3		
		10^3	
3	4		
		5^3	
10	2		
		15^2	

Observación importante

¡En matemáticas 0^0 no está definido!
(Es lo que se conoce como una indeterminación)

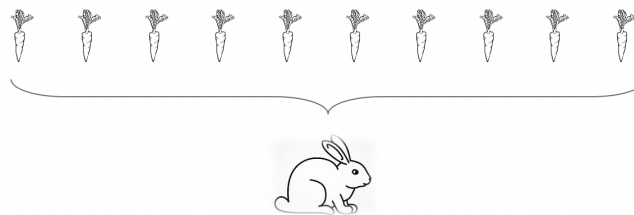


Actividad 5: Resolver las siguientes operaciones, calculando cada una de las potencias. Ten cuidado con el orden en que realizas tus cuentas, debes comenzar por los factores que están dentro de los paréntesis. Usa hojas aparte.

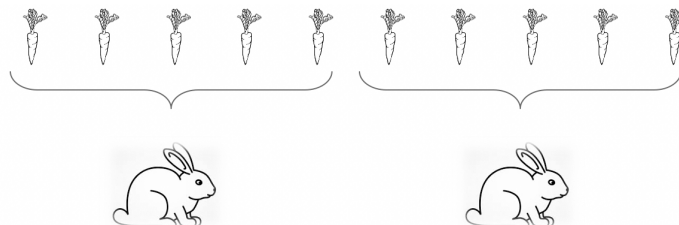
$4(2^3 + 9) =$	$(3^3 + 1): 2 =$	$(4^2 - 1) + 5 =$
$2^3 + (3 \cdot 8) =$	$(7^2 + 1): 5 =$	$8^2(7 - 5) + 2^3 =$
$2^3(3^2 + 5^2) =$	$(2 \cdot 6^2) + (4^2 + 1) =$	$(3^0 + 3^2) + 2^3 =$

Actividad 6 (Divisores de un número): Supongamos que tenemos 10 zanahorias. ¿Cómo podemos repartir las zanahorias de tal forma que no sobren algunas?

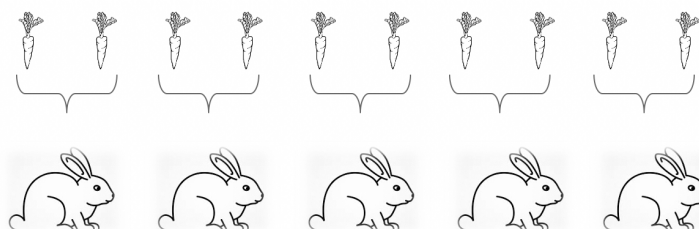
Podemos entregarles las 10 zanahorias a un solo conejo esto es, $10:1$ ó $10/1=10$.

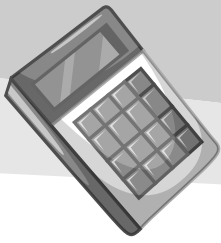


Podemos repartir las 10 zanahorias entre 2 conejos, dándoles 5 zanahorias a cada uno, es decir $10:2$ ó $10/2=5$

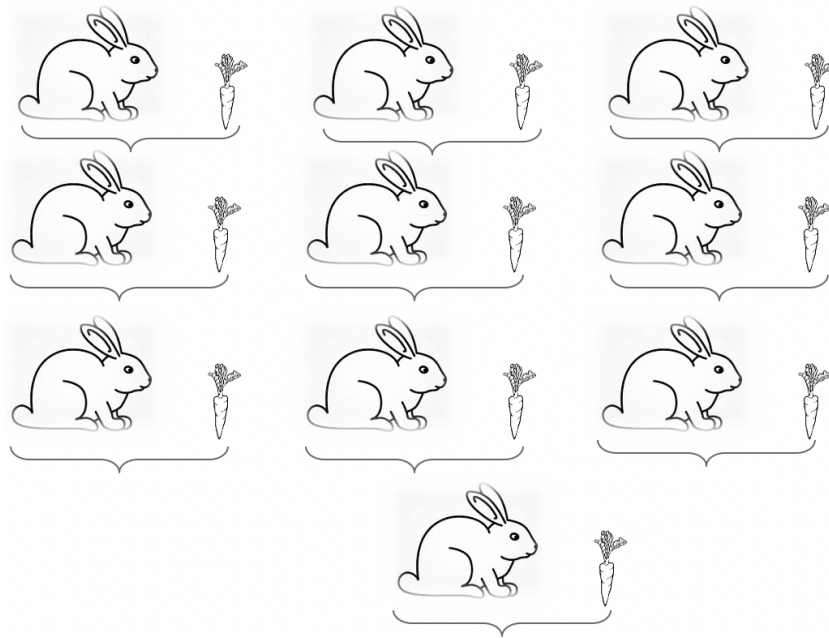


Ahora, podemos repartir las 10 zanahorias entre 5 conejos, dándoles 2 zanahorias a cada uno, es decir $10:5$ ó $10/5=2$





Finalmente, repartir las zanahorias entre 10 conejos y a cada uno le tocaría 1 sola; es decir, $10:10=1$

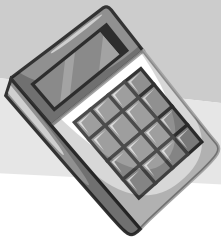


En consecuencia, los divisores de 10 son los números 1,2,5, y 10.

De forma similar, podemos observar que los divisores de 20 son: 1,2,4,5,10 y 20 porque basta observar que $20:1=20$, $20:2=10$, $20:4=5$, $20:5=4$, $20:10=2$ y $20:20=1$

“Los divisores de un número son todos aquellos que lo dividen exactamente”

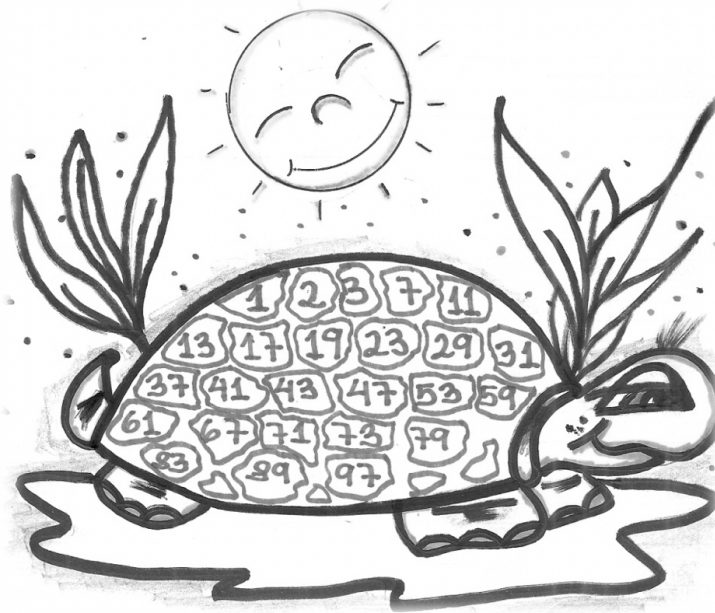
Ahora, realizando divisiones como en los ejemplos anteriores, halla el conjunto de los divisores de cada uno de los siguientes números: 8, 11, 15, 24, 42, 54, 55, 64, 81 y 100. (Usa hojas aparte).



Actividad 7 (Números primos y coprimos):

- Diremos que un número es primo, cuando sólo los divide el 1 y el mismo número. Ejemplos: 3, 11, 13, 17 son cada uno, números primos.
- Diremos que un número es compuesto cuando tiene más de dos divisores. Por ejemplo, 10, 14, 100 son cada uno, números compuestos.

aquí una lista de los primeros 100 números primos:



(termina de colorear la tortuga como quieras)

- Cabe destacar que el número 1 no es primo ni compuesto porque sólo admite un divisor.
- Dos números son coprimos o primos entre sí, cuando no tienen divisores comunes.

Por ejemplo, 8 y 11 son coprimos porque no tienen divisores comunes. Otro ejemplo serían el par de números 12 y 13.

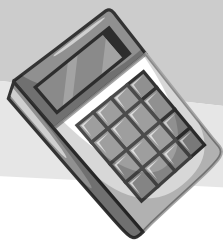
Ahora, determina si las siguientes parejas de números, son números primos entre sí:

a) 15 y 20
b) 24 y 10

c) 11 y 44
d) 23 y 46

e) 21 y 22
f) 20 y 10

g) 16 y 7
h) 70 y 7



Actividad 8 (múltiplos de un número):

Si multiplicamos el número 3 por 0,1,2,3,4,... obtenemos 0,3,9,12,... y diremos que los valores 0,3,9,12,... son "múltiplos de 3"

Si multiplicamos el número 7 por 0,1,2,3,4... obtenemos 0,7,14,21,28,...y concluimos que 0,7,14,21,28,... son múltiplos de 7

"Los múltiplos de un número se obtienen al multiplicar el número por cada uno de los números naturales"

Hallar los múltiplos de cada uno de los siguientes números: 2,4,6,8,10,11, y 33.

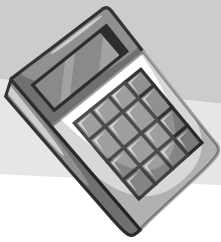
Actividad 9 (Criterios de divisibilidad):

Para verificar si un número es divisible por otro, simplemente los dividimos y verificamos que la división sea exacta. Para números más grandes, podemos aplicar los siguientes criterios:

Criterios de Divisibilidad

- Un número es divisible por 2: Cuando es un múltiplo de dos o termina en 0,2,4,6 y 8
- Un número es divisible por 3: Cuando la suma de sus dígitos es múltiplo de 3.
- Un número es divisible por 4: Si sus dos últimos dígitos son 0, o suman un múltiplo de 4.
- Un número es divisible por 5: Cuando termina en 0 o 5.
- Un número es divisible por 6: Cuando es divisible por 2 y 3 simultáneamente.
- Un número es divisible por 7: Si al separar los dos primeros dígitos de la derecha y restarle el resultado de multiplicar a la cifra de la izquierda por dos, obtenemos 0, o un múltiplo de 7
- Un número es divisible por 8: Cuando sus tres últimos dígitos (de la derecha) son cero, o forman un múltiplo de 8.
- Un número es divisible por 9: Cuando la suma de sus dígitos resulta múltiplo de 9.
- Un número es divisible por 10: Si termina en 0.

La buena noticia es que los criterios más importantes o más utilizados son los criterios de divisibilidad por 2,3,5 y 10.



Ejemplos:

- 24 es divisible por 2 porque termina en 4.
- 30 es divisible por 3 porque $3+0=3$; es decir es múltiplo de 3.
- 100 es divisible por 4 porque sus dos últimos dígitos son 0.
- 55 es divisible por 5 porque termina en 5.
- 66 es divisible por 6 porque es divisible por 2 y 3 a la vez ($66/3=22$ y $66/2=33$)
- 343 es divisible por 7 porque observamos que $34-2\cdot3=34-6=28$ que es múltiplo de 7.
- 128 es divisible por 8 porque $128/8=16$.
- 324 es divisible por 9 porque $3+2+4=9$
- 90 es múltiplo de 10 porque termina en 0.

Ahora, responda las siguientes preguntas:

¿Cuáles de los siguientes números son divisibles por 2? 122, 140, 50, 33 y 75.

¿Cuáles de los siguientes números son divisibles por 3? 321, 312, 30, y 90

¿Cuáles de los siguientes números son divisibles por 5? 205, 1520, 180 y 400.

¿Cuáles números son primos? 9, 11, 13, 25, 16, 14, 18, 21, 23, 66 y 77.



Actividad 10 (Descomposición de un número en factores primos):

El principio de la descomposición prima, establece que:

“Todo número natural se puede expresar como el producto de sus factores primos”

Para descomponer un número en factores primos realizamos los siguientes pasos:

- Dividimos el número por su menor divisor primo (diferente de 1)
- Dividimos los cocientes hallados hasta obtener 1
- Expresamos el número como el producto de los divisores obtenidos

Ejemplos:

Descomponer 30 en sus factores primos.

$\begin{array}{r l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$	$\downarrow$	dividimos sucesivamente aplicando los criterios de divisibilidad	$\begin{array}{r l} 30 & 2 \\ 10 & 15 \\ 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 15 & 3 \\ 0 & 5 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 5 & 5 \\ 0 & 1 \end{array}$
---	--------------	---	---	--	---

Por lo tanto,

$$30=2.3.5$$

Descomponer 180 en sus factores primos

$\begin{array}{r l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 180 & 2 \\ 00 & 90 \\ 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 90 & 2 \\ 10 & 45 \\ 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 45 & 3 \\ 15 & 15 \\ 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 15 & 3 \\ 15 & 5 \\ 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 5 & 5 \\ 0 & 1 \end{array}$
--	--	---	---	--	---

Por lo tanto, concluimos que

$$180=3^2.2^2.5$$

Ahora, descomponer en factores primos las siguientes cantidades

16	45	56	144	90
150	120	315	98	52
140	630	50	816	486



Actividad 11 (Máximo Común Divisor)

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor número que los divide exactamente. Se denota por las iniciales M.C.D

Así, por ejemplo, 18 y 24 son dos números que son divisibles por 2, 3 y 6, pero no hay ningún otro número mayor que 6, que los divida. Por lo tanto, el máximo común divisor de 18 y 24 es 6 y se denota como:

$$\text{M.C.D}(18,24)=6$$

Para calcular el M.C.D de dos o más números seguimos los siguientes pasos:

- Descomponemos cada número en sus factores primos.
- Escogemos aquellos factores que son comunes (es decir que aparecen en todas las descomposiciones) pero con sus menores exponentes.

Ejemplo:

Para hallar el M.C.D entre 90 y 48, primero descomponemos cada número en sus factores primos:

90	2	48	2
45	3	24	2
15	3	12	2
5	5	6	2
1		3	3
		1	

Así, tenemos que

$$90=2 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ y } 48=2^4 \cdot 3$$

En las dos descomposiciones anteriores, escogemos los factores 3 y 2 (descartamos el 5). En conclusión,

$$\text{M.C.D}(90,48)=3 \cdot 2=6,$$

es decir, 6 es el número natural más grande que divide a 90 y 48 simultáneamente.

Hallar el M.C.D de:

16 y 20
180 y 404
75 y 90

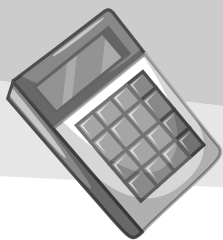
28 y 35
138 y 345
20, 30 y 50

121 y 187
430 y 180
60, 18 y 36

114 y 504
144 y 177
120, 90 y 150

80 y 256
270 y 207
100, 25 y 50

40 y 120
196 y 198
144, 28 y 66.



Actividad 12 (Mínimo Común Multiplo)

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor número natural que contiene una cantidad exacta de veces a cada uno de ellos. Se denota por m.c.m

Por ejemplo, el mínimo común múltiplo entre 9 y 6 es igual a 18, porque 18 es el número más pequeño que contiene a 9 y a 6; es decir 18 es el número más pequeño que es múltiplo de 9 y 6 simultáneamente, puesto que $18=6 \cdot 3$ y $18=9 \cdot 2$ (18 contiene a 9, dos veces y 18 contiene a 6, tres veces)

Para hallar el m.c.m. de dos o más números debemos seguir los siguientes pasos:

- Descomponemos cada número en sus factores primos.
- Escogemos los factores que son comunes y los factores no comunes con sus mayores exponentes.

Ejemplo:

Para hallar el m.c.m. de los números 90 y 48, nuevamente, descomponemos cada número en sus factores primos:

90	2	48	2
45	3	24	2
15	3	12	2
5	5	6	2
1		3	3
		1	

Así, como

$$90=2 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ y } 48=2^4 \cdot 3,$$

en las dos descomposiciones anteriores, escogemos los factores 2^4 , 3^2 y 5. En conclusión,

$$\text{m.c.m}(90,48)=2^4 \cdot 3^2 \cdot 5=720.$$

Por lo tanto, 720 es el número natural más pequeño que es múltiplo de 90 y 48 simultáneamente.

Hallar el m.c.m de:

16 y 20
18, 36 y 64
75 y 90

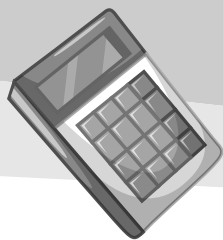
8,15 y 24
13 y 17
16,18 y 20

42, 63 y 70
90 y 35
60 y 180

32,40 y 25
144 y 70
120 y 90

14, 84 y 35
30, 60 y 90
100, 25 y 50

30, 40 y 72
32,56 y 68
80 y 60



Actividad 13 (números pares e impares)

Un número es par si es múltiplo de 2, es decir, si se expresa de la forma $2k$ con k variando en los naturales.

Por ejemplo: 2,4,6,8,10,...son todos números pares.

Un número es impar si se expresa de la forma $2k+1$, donde k varía en los naturales.

Por ejemplo, 1,3,5,7,9,11,... son números impares.

En la siguiente lista de números, determine cuáles números son pares y cuáles son impares:
12,13, 17, 21, 23,30,33,34,40,42,45,50,57,59,60,61,63,66,71,70,72,74,78,79,80,90,91,99,100, 114.

PROGRAMA



Aprendiendo desde casa

Fuentes documentales

Ángel Díaz de Cerio (1977) Nociones elementales y ejercicios prácticos. Colección Angelito.

Pablo Domínguez y Ramón Rodríguez (1978) Área de matemáticas. 5° grado. Editorial Natura, S.R.L. Sociedad de Ciencias Naturales La Salle.

Contactos:

matconexo@gmail.com
info@accionhumanitariaporvenezuela.com
@matconexo



Aprendiendo desde casa. Área: Matemáticas by Iris A. López P. is licensed under a Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional License.

Esta obra está sujeta a la licencia Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional de Creative Commons. Para ver una copia de esta licencia, visite <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>.



@AccionVzla



@AccionVzla



@AccionPorVzla



Acción Por
Venezuela

www.accionporvenezuela.com