

PROGRAMA



Aprendiendo desde casa

MATEMÁTICAS TEMA 8

Fracciones (Números racionales)

Dirigido a los niños de la educación primaria

Dra. Iris A. López



@AccionVzla



@AccionVzla

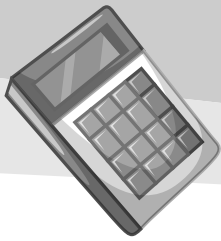


@AccionPorVzla



Acción Humanitaria
Por Venezuela

www.accionhumanitariaporvenezuela.com



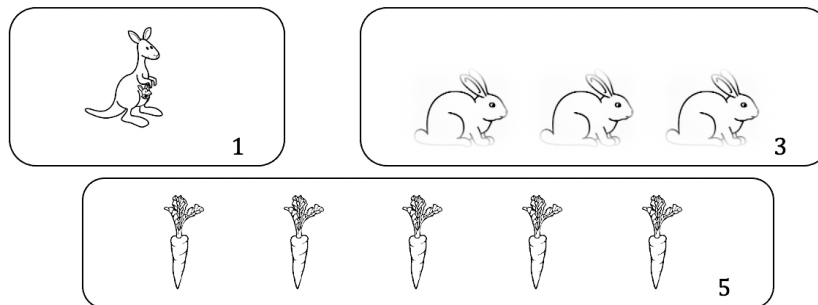
Introducción

El siguiente es un material de apoyo, a manera de modelo, con la finalidad de proponer al niño de actividades que le permitan desarrollar las siguientes nociones:

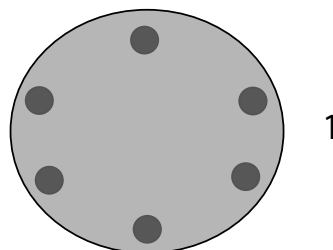
- El concepto de fracción o número racional positivo y algunas de sus aplicaciones.
- Las operaciones (suma, resta, multiplicación y división) con fracciones.

Aspiramos a que la secuencia de los ejercicios propuestos, permitan a los niños adquirir dichas nociones en el contexto de los números racionales.

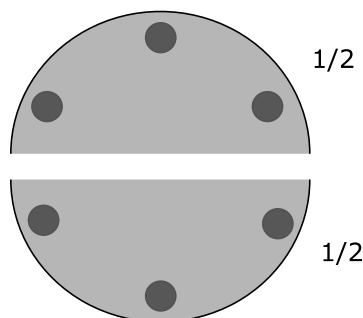
Comenzaremos estableciendo que existen diferentes clases de números: primero, los números de clase entera, es decir que constan de unidades enteras, indivisibles. Así, los números naturales $N=\{1,2,3,4,\dots\}$ representan unidades enteras y exactas: 1 canguro, 3 conejos, 5 zanahorias.

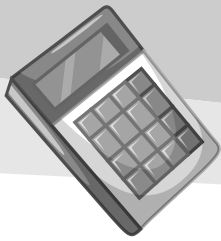


Ahora supongamos que tenemos una torta de fresas. La torta completa, sin picar o dividir, representa la unidad:

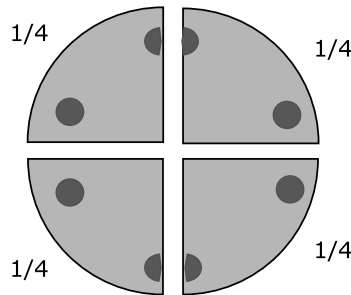


Si la dividimos en dos partes iguales, cada parte representa la mitad o un medio y se escribe $1/2$:





Si dividimos la torta en cuatro partes iguales, cada parte representa un cuarto y se escribe un $\frac{1}{4}$.



Esto motiva a la introducción de una segunda clase de números: los números fraccionarios o números racionales, también llamados fracciones o quebrados.

Así, la torta se dividió en partes iguales. Cada parte igual en la que se dividió la unidad entera; es decir la torta, se llama unidad fraccionaria. En los ejemplos anteriores, $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ son unidades fraccionarias.

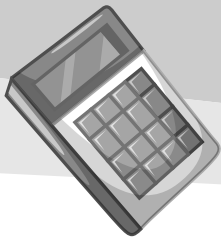
Si de la torta anterior, picamos 4 partes y nos comemos 3 pedazos, habremos tomado $\frac{3}{4}$ partes de la torta (se lee "tres cuartas partes" de la torta). Si la dividimos en ocho partes iguales y nos comemos 6 pedazos, habremos consumido $\frac{6}{8}$ de la torta (seis octavos). Así, observamos que en una fracción:

$$\frac{3}{4}$$

"←numerador: es el numero de partes que se toman en cuenta"
"←denominador: es el número de partes en que se dividió la unidad "

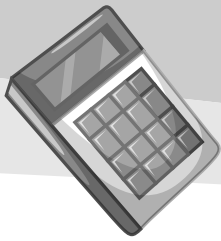
Recomendaciones generales: Antes de iniciar la enseñanza de todas estas nociones es necesario que el niño domine cabalmente, las operaciones de suma, resta multiplicación y división de números naturales. Por lo tanto, sugerimos:

- Trabajar un solo tema a la vez. Las sesiones de estudio deben adaptarse al ritmo del niño. Los ejercicios propuestos son modelos, pero usted proponga ejercicios similares. Utilice hojas o un cuaderno aparte.
- No continúe a un ejercicio de dificultad mayor, si aún el niño no domina los ejercicios de menor complejidad. Realice con el niño los ejercicios; enseñe con el ejemplo.
- Permita que el niño haga el razonamiento, los cálculos y que los escriba en el papel detalladamente. Déjelo contar con los dedos, si así lo necesita. El objetivo fundamental es que comprenda los conceptos y realice los ejercicios correctamente, sin importar el tiempo que les tome en ello. Usted quiere un niño que desarrolle competencias, no una calculadora. Recuerden: "rápido no es sinónimo de mejor"
- No someta al niño a sesiones de trabajo muy largas o extensas en el tiempo que lo agoten mentalmente. Es más ventajoso ir trabajando en lapsos de tiempo más cortos, (como tiempo máximo 60 min). Esto, dependerá del interés del niño y su capacidad de atención y concentración. Si la naturaleza de los ejercicios le exigen más tiempo, permítale intervalos de descanso y de relajación.



Una observación importante es que la presente guía no está dedicada a niños muy pequeños. Si bien es cierto que las primeras nociones de números fraccionarios pueden ser muy intuitivas y sus operaciones enseñadas de forma mecánica, las últimas nociones, tales como por ejemplo, la conversión de números decimales en números fraccionarios y viceversa, requieren de mayor madurez, por lo que recomendamos trabajar estos últimos conceptos con niños un poco más grandes (equivalente a un 5to y 6to grado). También es recomendable iniciar al niño en el estudio de fracciones después de que el niño conozca y haya aprendido las nociones de números decimales, potenciación y descomposición prima (ver guías previas).

“A continuación, explique a su niño las nociones anteriormente expuestas y proceda a desarrollar las siguientes actividades”



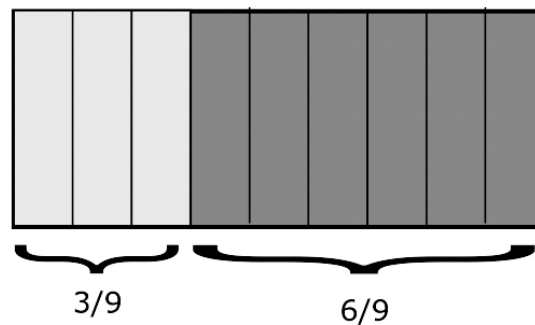
Actividades

Actividad 1 (Noción de fracción):

Lee con atención: Las partes iguales en la que se divide una unidad, se llaman unidades fraccionarias o fracciones. Por ejemplo, si dividimos un chocolate en 9 partes iguales,



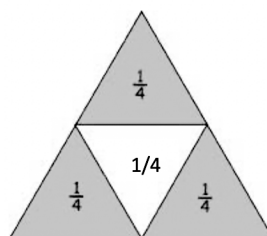
cada porción del chocolate se representará como $\frac{1}{9}$ y se lee “un noveno”. Si después de picar el chocolate nos comemos tres pedazos, habremos tomado $\frac{3}{9}$ del chocolate que se lee “tres novenos” y nos queda aún $\frac{6}{9}$, es decir, “seis novenos”:

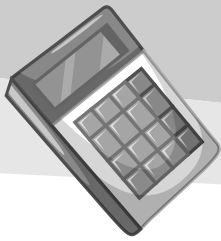


Así, en una fracción identificamos dos términos: el número que se escribe arriba de la raya, llamado numerador que representa las partes que se toman y el número que se escribe debajo de la raya que se llama denominador y representa el número de partes en que se dividió la unidad.

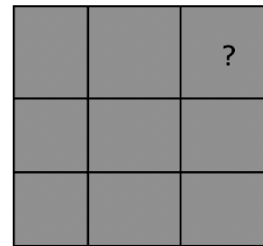
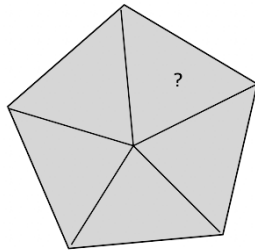
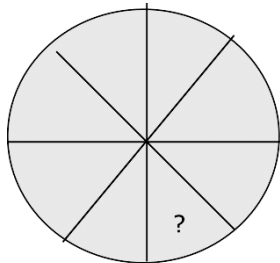
$$\frac{3}{9} \begin{array}{l} \leftarrow \text{numerador} \\ \leftarrow \text{denominador} \end{array}$$

A continuación, en cada figura, si dividimos la unidad en partes iguales, la fracción que representa cada parte, se llama unidad fraccionaria. Por ejemplo, en el siguiente triángulo, que dividimos en 4 partes iguales, cada parte representa $\frac{1}{4}$ (se lee un cuarto) y $\frac{1}{4}$ es la unidad fraccionaria:



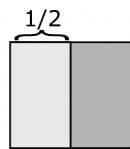


Realiza el mismo ejercicio con cada una de las siguientes figuras, indicando la unidad fraccionaria

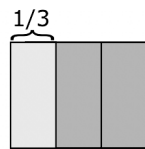


Actividad 2 (Escritura y lectura de fracciones):

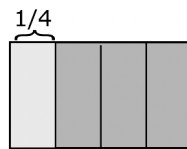
Cuando expresamos una fracción, primero se escribe el numerador, se traza la raya y después se escribe el denominador. Por otra parte, cuando leemos una fracción, primero se lee el numerador y después el denominador. Estas son las primeras fracciones, que tienen nombres especiales:



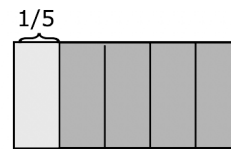
un medio



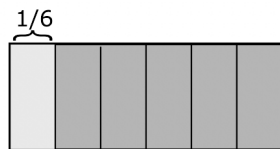
un tercio



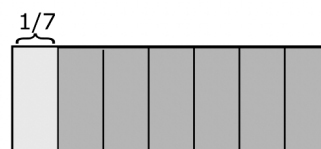
un cuarto



un quinto



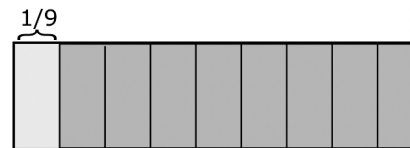
un sexto



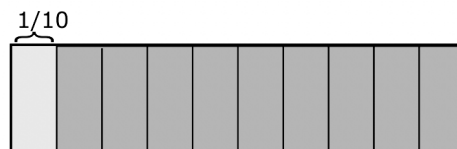
un séptimo



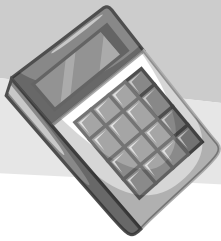
un octavo



un noveno



un décimo

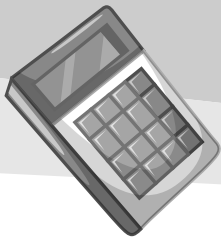


Para las fracciones que expresan desde once partes iguales en adelante, se leen con el sufijo “avo”. Ejemplos: $1/11$ se lee “un onceavo”, $1/30$ “un treintavo”, $1/42$ un “cuarentidosavo”, etc. Ahora, lee y escribe las siguientes fracciones (usa hojas aparte):

a) $1/12$ b) $1/15$ c) $1/22$ d) $1/9$ e) $1/24$ f) $1/33$ g) $1/80$ h) $1/57$ i) $1/100$ j) $1/101$

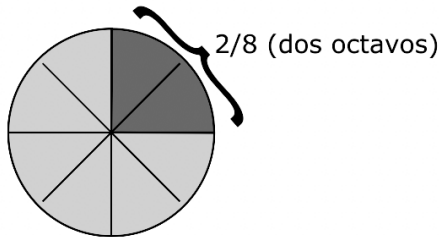
a) un diesiseisavo b) un catorceavo c) un noventavo
d) un ciento seisavo e) un doscientosavo f) un cuarentavo

Observación importante: En toda fracción el denominador nunca puede ser igual al valor 0. Cuando en el numerador de una fracción aparece el valor 0, toda la fracción vale 0. Por ejemplo: $0/5=0$, $0/2=0$, $0/100=0$,...etc. Pero, ¡cuidado! $0/0$ no existe: esto es una indeterminación.



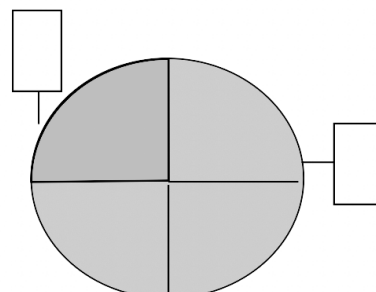
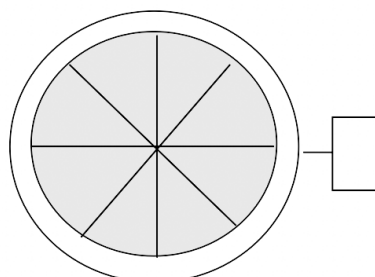
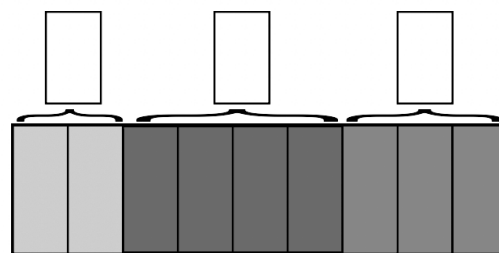
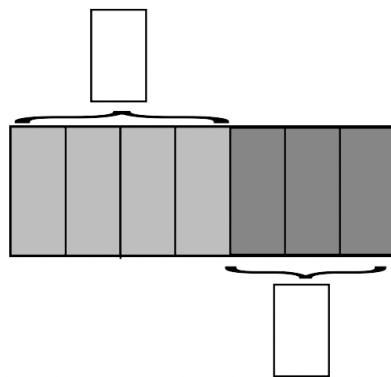
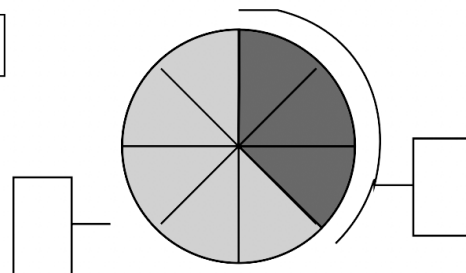
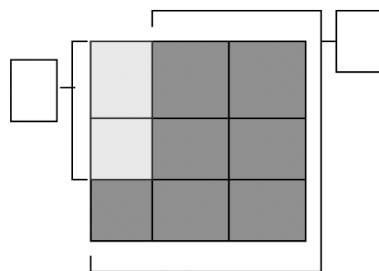
Actividad 3 (fracciones propias):

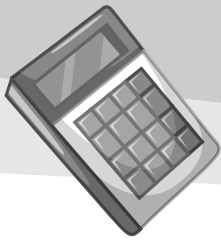
Una fracción es propia, cuando el numerador es un número más pequeño que el denominador. Ejemplos de fracciones propias son: $\frac{2}{4}$, (dos cuartos), $\frac{3}{8}$ (tres octavos), $\frac{5}{6}$ (cinco sextos) etc. Así, para representar $\frac{2}{8}$, dividimos la unidad en 8 partes iguales y escogemos 2 (zona oscura)



$\frac{2}{8}$	→ escojo 2 partes (numerador)
	→ de 8 partes (denominador)

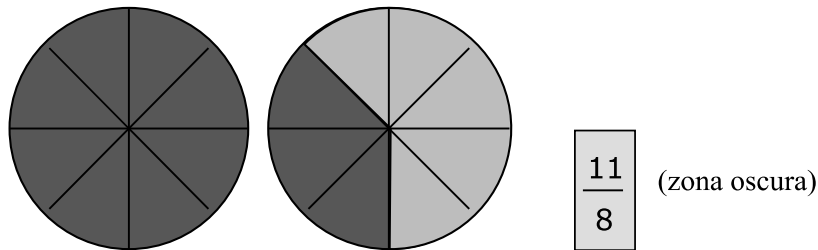
Ahora, completa, escribiendo la fracción en el recuadro correspondiente a cada parte coloreada.





Actividad 4 (fracciones impropias):

Una fracción es impropia cuando el numerador es mayor que el denominador. Por ejemplo, $\frac{5}{3}$ (cinco tercios), $\frac{3}{2}$ (tres medios), $\frac{7}{5}$ (siete quintos) son fracciones impropias. Observa la manera de representar la fracción $\frac{11}{8}$ (once octavos). Esta fracción, la podemos interpretar así: de 8 partes en que dividimos la unidad, tomamos 11. Esto, podemos graficarlo así:



A continuación, utilizando hojas aparte, representa gráficamente las siguientes fracciones (¡cuidado! porque hay fracciones propias e impropias)

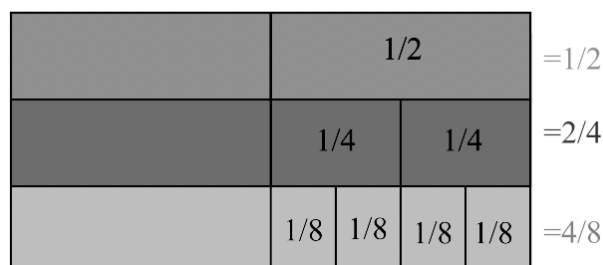
$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{10}{5}$
$\frac{3}{9}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{0}{2}$ (ojo)	$\frac{3}{1}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{0}$ (ojo)	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{9}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{8}$

De los ejercicios anteriores, podemos concluir que si una fracción tiene el mismo numerador y denominador, esa fracción es igual a la unidad. Así, $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \dots$ etc.

Actividad 5 (fracciones equivalentes):

Si multiplicamos el numerador y el denominador por un mismo número, se obtiene otra fracción igual a la anterior. En este caso, diremos que son **fracciones equivalentes**. Por ejemplo, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, etc. son todas fracciones equivalentes, porque por ejemplo:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6} \text{ y } \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$$




$$2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5}, \text{ ó } 5 = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = \frac{25}{5} \dots \text{etc.}$$
$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$$
$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$$

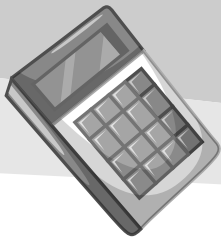
$$\frac{5}{7} + \frac{4}{7} =$$

$$\frac{3}{8} + \frac{10}{8} =$$

$$\frac{4}{6} + \frac{5}{6} =$$

$$\frac{1}{13} + \frac{7}{13} + \frac{2}{13} =$$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{6}{5} + =$$



Actividad 7 (Suma de fracciones con diferentes denominadores):

Existen varias maneras de sumar fracciones con diferentes denominadores. Presentaremos dos procedimientos.

- **Método “Reducción a un común denominador”**

Supongamos que queremos calcular $\frac{3}{5} + \frac{2}{4}$. En este caso, procedemos multiplicando los factores como lo indica la figura:

$$\frac{3}{5} \nearrow \frac{2}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 5 \cdot 2}{5 \cdot 4} = \frac{12 + 10}{20} = \frac{22}{20}$$

Otro ejemplo:

$$\frac{2}{8} \nearrow \frac{3}{2} = \frac{2 \cdot 2 + 8 \cdot 3}{8 \cdot 2} = \frac{4 + 24}{16} = \frac{28}{16}$$

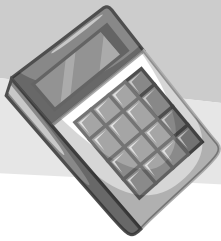
Este método tiene la ventaja de ser rápido, pero sólo sirve para sumar dos fracciones o fracciones cuyos numeradores y denominadores sean números pequeños.

- **Método aplicando el mínimo común múltiplo (m.c.m)**

El primer paso consiste en calcular el m.c.m de los denominadores. Luego, en cada fracción, dividimos el m.c.m por cada denominador y el resultado lo multiplicamos por el numerador correspondiente. El numerador de la fracción resultante, será la suma de dichos productos y en el denominador colocamos el m.c.m. Observa, por ejemplo como sumamos $\frac{2}{8} + \frac{3}{2}$:

$$\begin{array}{c} \boxed{8:8=1} \quad \boxed{8:2=4} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \frac{2}{8} + \frac{3}{2} = \frac{\boxed{1 \cdot 2 + 4 \cdot 3}}{\boxed{8}} = \frac{2+12}{8} = \frac{14}{8} \\ \downarrow \\ \boxed{\text{m.c.m}(8,2)=2^3=8} \end{array}$$

Este método en algunos casos es más largo de aplicar, pero tiene la ventaja de que permite sumar tres o más fracciones simultáneamente.



Sumar las siguientes fracciones: (sugerimos que apliquen para cada ejercicio los dos métodos)

$$\frac{5}{7} + \frac{3}{5} =$$

$$\frac{4}{8} + \frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{9} =$$

$$\frac{4}{7} + \frac{5}{14} =$$

$$\frac{12}{25} + \frac{21}{30} =$$

Sumar las siguientes fracciones: (utilizando el m.c.m)

$$\frac{8}{6} + \frac{3}{5} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{3}{10} + \frac{2}{5} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{3}{16} + \frac{2}{8} + \frac{7}{4} =$$

$$\frac{5}{15} + \frac{7}{5} + 3 =$$

$$\frac{1}{9} + \frac{6}{5} + \frac{1}{40} + 1 =$$

Actividad 8 (simplificación de fracciones):

En el ejercicio anterior, observamos que cualquiera de los dos métodos que apliquemos para sumar fracciones, el resultado nos da la misma fracción, o bien, nos brinda dos fracciones que son equivalentes, tal como por ejemplo,

$$\frac{2}{24} + \frac{3}{18} = \frac{18x2+24x3}{24x18} = \frac{36+72}{432} = \frac{108}{432} \text{ (reduciendo a un común denominador)}$$

$$\frac{2}{24} + \frac{3}{18} = \frac{3x2+4x3}{72} = \frac{6+12}{72} = \frac{18}{72} \text{ (porque el m.c.m(24,18) = } 3^2 \cdot 2^3 = 9 \cdot 8 = 72)$$

Aplicando descomposición prima, en el numerador y en el denominador de cada fracción obtenemos que:

$$\frac{108}{432} = \frac{2^2 \cdot 3^3}{2^4 \cdot 3^3} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{18}{72} = \frac{2 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 3^2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

por lo tanto, $\frac{108}{432}$ y $\frac{18}{72}$ son fracciones equivalentes porque cada una de ellas son iguales a $\frac{1}{4}$. Llamaremos a $\frac{1}{4}$ fracción irreducible porque no podemos simplificarla más.

A continuación, simplifica las siguientes fracciones hasta expresarlas en una fracción irreducible:

$$\frac{16}{22}$$

$$\frac{40}{54}$$

$$\frac{48}{100}$$

$$\frac{13}{26}$$

$$\frac{9}{27}$$

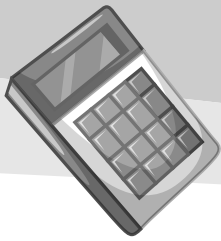
$$\frac{70}{140}$$

$$\frac{36}{60}$$

$$\frac{15}{95}$$

$$\frac{34}{26}$$

$$\frac{80}{190}$$



Actividad 9 (sustracción de fracciones):

La sustracción o resta de fracciones se realiza de forma similar a la suma, considerando dos casos: con iguales denominadores o con diferentes denominadores. Para restar fracciones con diferentes denominadores, se resta el minuendo menos el sustraendo en los numeradores y se deja el mismo denominador. Por ejemplo:

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7-3}{5} = \frac{4}{5}$$

Para restar fracciones con diferentes denominadores, procedemos igual que en el caso de la suma (ya sea aplicando el m.c.m o reduciendo a un denominador común), pero restando los correspondientes numeradores. Por ejemplo, si aplicamos el primer método para calcular $3/5 - 2/4$:

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{4} = \frac{3 \cdot 4 - 5 \cdot 2}{5 \cdot 4} = \frac{12-10}{20} = \frac{2}{20} = \frac{2:2}{2:2 \cdot 10} = \frac{1}{10}$$

Otro ejemplo, pero aplicando m.c.m:

$$\begin{array}{c} \boxed{6:3=2} \quad \boxed{6:2=3} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{\boxed{2 \cdot 2 + 3 \cdot 1}}{\boxed{6}} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6} \\ \downarrow \\ \boxed{\text{m.c.m}(2,3) = 2 \cdot 3 = 6} \end{array}$$

A continuación calcula las siguientes restas de fracciones, aplicando el método que consideres más conveniente y si fuese necesario, simplifica el resultado hasta obtener una fracción irreducible:

$$\frac{6}{7} - \frac{3}{7} =$$

$$\frac{14}{9} - \frac{2}{9} =$$

$$\frac{10}{16} - \frac{4}{16} =$$

$$\frac{6}{10} - \frac{2}{10} =$$

$$\frac{18}{9} - 1 =$$

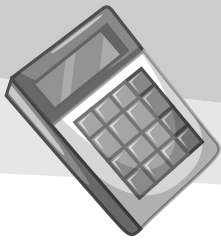
$$\frac{8}{5} - \frac{3}{7} =$$

$$\frac{9}{4} - \frac{3}{7} =$$

$$\frac{13}{7} - \frac{8}{9} =$$

$$\frac{16}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{8} =$$

$$\frac{30}{2} - \frac{1}{7} - 2 =$$



Actividad 10 (multiplicación de fracciones):

Para multiplicar fracciones, multiplicamos numerador con numerador y denominador con denominador. Ejemplos:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$$

$$\frac{6}{7} \cdot 3 = \frac{6 \cdot 3}{7 \cdot 1} = \frac{18}{7}$$

(observa que para multiplicar un número natural por una fracción se multiplica el número por el numerador de la fracción y se multiplica el denominador por 1)

Ahora, calcula las siguientes multiplicaciones y si fuese necesario, simplifica el resultado hasta obtener una fracción irreducible:

$$\frac{6}{7} \cdot \frac{3}{4} =$$

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{2} =$$

$$\frac{10}{6} \cdot \frac{4}{8} =$$

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{2}{2} =$$

$$\frac{18}{9} \cdot 5 =$$

$$\frac{8}{5} \cdot \frac{3}{7} =$$

$$\frac{6}{4} \cdot \frac{3}{7} =$$

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$\frac{16}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} =$$

$$\frac{30}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 2 =$$

Actividad 11 (inversa de una fracción):

Dada una fracción cualquiera, su inversa es otra fracción que obtenemos al intercambiar el numerador por el denominador y el denominador por el numerador. Por ejemplo, la fracción inversa de $5/3$ es $3/5$, la fracción inversa de $3/2$ es $2/3$ y la fracción inversa de $1/8$ es 8 .

Observamos que el producto de una fracción por su respectiva fracción inversa es siempre igual a la unidad. Por ejemplo, $\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} = 1$. Ahora, escribe las fracciones inversas de cada una de las siguientes fracciones:

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{10}{3}$$

$$\frac{4}{6}$$

$$5$$

$$\frac{1}{9}$$

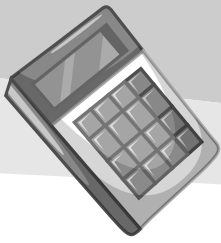
$$\frac{14}{10}$$

$$\frac{0}{5} \text{ (ojo)}$$

$$\frac{20}{7}$$

$$\frac{1}{6}$$

$$99$$



Actividad 12 (división de una fracciones):

Para dividir dos fracciones existen varios métodos. Explicaremos dos de ellos, uno conocido como “la doble c” y el otro es mediante la inversa de una fracción.

- **Método de la doble c:** este método es útil y muy gráfico cuando se quiere dividir dos fracciones. Supongamos que deseamos dividir $\frac{2}{5}$ (dividendo) entre $\frac{7}{3}$ (divisor). Luego, procedemos así:

$$\frac{2}{5} : \frac{7}{3} = \left(\frac{\frac{2}{5}}{\frac{7}{3}} \right) = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{6}{35}$$

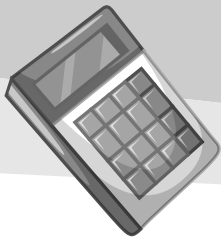
Como observarás, escribimos una fracción (la del divisor) debajo de la otra (la del dividendo) y dibujamos una doble c. Luego, multiplicamos los factores que quedan en los extremos de cada C. Escribimos en el numerador el producto de los factores de la C más grande y en el denominador, el resultado del producto de la c más pequeña.

- **Método usando la fracción inversa:** Para dividir dos fracciones se multiplica la fracción del dividendo por la inversa de la fracción del divisor. Así, por ejemplo si queremos, otra vez, dividir $\frac{2}{5}$ entre $\frac{7}{3}$ por este método, observamos que la fracción inversa de $\frac{7}{3}$ es $\frac{3}{7}$, por lo tanto:

$$\frac{2}{5} : \frac{7}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$$

Realiza a continuación los siguientes ejercicios por el método que prefieras y luego, simplifica el resultado hasta obtener una fracción irreducible.

$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} =$	$\frac{6}{9} : \frac{4}{7} =$	$\frac{1}{3} : \frac{8}{10} =$	$2 : \frac{4}{5} =$	$\frac{2}{12} : \frac{7}{3} =$
$\frac{2}{3} : 4 =$	$\frac{2}{3} : \frac{4}{2} =$	$\frac{20}{3} : \frac{4}{15} =$	$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} =$	$\frac{7}{7} : \frac{5}{9} =$



Actividad 13 (operaciones combinadas con fracciones) :

Observa el siguiente ejemplo, en donde hemos aplicado operaciones combinadas de suma, resta, multiplicación y división de fracciones, comenzando por los factores que están dentro de los paréntesis.

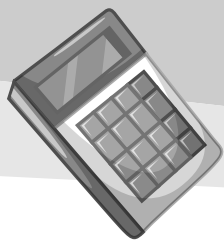
Resolver $\frac{3}{2} \left[\frac{4}{5} + \frac{5}{2} - \frac{1}{10} \right] :$

Aquí primero sumamos las fracciones que están dentro de los paréntesis. A este factor, le restamos la tercera fracción $1/10$ y finalmente, multiplicamos los resultados. Es decir,

$$\frac{3}{2} \left[\frac{4}{5} + \frac{5}{2} - \frac{1}{10} \right] = \frac{3}{2} \left[\frac{8+25}{10} - \frac{1}{10} \right] = \frac{3}{2} \left[\frac{33}{10} - \frac{1}{10} \right] = \frac{3}{2} \left[\frac{32}{10} \right] = \frac{96}{20} = \frac{24}{5}$$

A continuación desarrolla los siguientes ejercicios.

$\frac{3}{2} \left[\frac{4}{8} + \frac{1}{3} - \frac{2}{5} \right] =$	$\left[\frac{6}{5} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right] : 2 =$	$\frac{4}{11} - \frac{16}{22} - \frac{1}{2} =$	$\frac{1}{2} \left[\frac{2}{3} + \frac{1}{5} - \frac{10}{12} \right] =$
$\left[\frac{4}{8} - \frac{1}{3} \right] + \frac{3}{4} \left[\frac{5}{2} \right] =$	$\frac{1}{2} : \left[\frac{4}{6} + \frac{1}{3} \right] =$	$\frac{3}{2} \left[\frac{4}{8} + \frac{7}{3} \cdot \frac{2}{4} \right] =$	$\left[\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{4} \right] + \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \right] =$



Actividad 14 (comparación de fracciones):

Recordemos que una fracción es propia cuando el numerador es más pequeño que el denominador. Por ejemplo, $\frac{2}{3}$ es propia porque $2 < 3$. Así las fracciones propias son menores que 1; es decir, $\frac{2}{3} < 1$. Por otra parte, una fracción es impropia si el numerador es mayor que el denominador, por ejemplo $\frac{12}{8}$ es impropia porque $12 > 8$ y en este caso, concluimos que las fracciones impropias son mayores que 1, es decir, $\frac{12}{8} > 1$.

Ahora para comparar dos fracciones cualesquiera, sólo basta dividirlas y si el resultado es una fracción propia, (esto es menor que 1), concluiríamos que la fracción del dividendo es menor que la fracción del divisor. Si por el contrario, la fracción resultante es impropia o mayor que 1, tenemos que la fracción del dividendo es mayor que la fracción del divisor.

Por ejemplo, supongamos que queremos comparar las fracciones $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{3}$. Para ello, dividimos $\frac{1}{4}$ entre $\frac{2}{3}$:

$$\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{1}{8} < 1,$$

porque $1 < 8$. Por lo que concluimos que $\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$.

Ahora, supongamos que queremos comparar las fracciones $\frac{20}{4}$ y $\frac{10}{9}$. Nuevamente, dividimos las fracciones:

$$\frac{20}{4} : \frac{10}{9} = \frac{20}{4} \cdot \frac{9}{10} = \frac{20 \cdot 9}{4 \cdot 10} = \frac{180}{40} > 1,$$

porque $180 > 40$, entonces concluimos que $\frac{20}{4} > \frac{10}{9}$.

Por otra parte, si al dividir las dos fracciones obtenemos que es igual a 1, concluimos que las fracciones son equivalentes. Por ejemplo $\frac{3}{9}$ y $\frac{15}{45}$ son equivalentes porque

$$\frac{3}{9} : \frac{15}{45} = \frac{3}{9} \cdot \frac{45}{15} = \frac{3 \cdot 45}{9 \cdot 15} = \frac{135}{135} = 1$$

Ahora, al igual que los ejemplos anteriores, completa en cada recuadro con el símbolo que corresponda $>$, $<$, o $=$.

$$\frac{3}{5} \quad \frac{4}{20}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{5}{10}$$

$$\frac{3}{2} \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{12} \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{5} \quad \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{6} \quad 1$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{7} \quad \frac{1}{6}$$

$$\frac{9}{4} \quad \frac{10}{4}$$

$$\frac{2}{10} \quad \frac{1}{5}$$

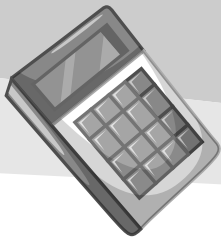
$$\frac{1}{3} \quad 3$$

$$\frac{11}{5} \quad \frac{12}{3}$$

$$\frac{8}{7} \quad \frac{2}{7}$$

$$\frac{14}{13} \quad \frac{12}{13}$$

$$\frac{10}{3} \quad \frac{2}{30}$$



Actividad 15 (representación de una fracción como un número decimal):

Para expresar una fracción como un número decimal, basta con realizar la división del numerador entre el denominador. Por ejemplo, para expresar la fracción $\frac{1}{4}$ en decimales realizamos la división de 1 entre 4:

$$1 \overline{)4} \longrightarrow \begin{array}{r} 10 \overline{)4} \\ 20 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 0,25 \end{array}$$

En consecuencia, $\frac{1}{4} = 0,25$.

De forma similar, (pero mucho más sencilla si aplicamos la división seguida de ceros para números decimales) podemos hallar la expresión decimal para la fracción $\frac{21}{10}$. Nuevamente, dividimos 21 entre 10:

$$\begin{array}{r} 21 \overline{)10} \\ 10 \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 2,1 \end{array}$$

Por lo que concluimos que $\frac{21}{10} = 2,1$. En lo particular, $\frac{21}{10}$ es un ejemplo de fracción decimal. Una fracción decimal es aquella en cuyo denominador aparece la unidad seguida de ceros (10, 100, 1000, etc.) Para expresar una fracción decimal como un número decimal, basta con aplicar la división seguida de ceros (ver guía de números decimales)

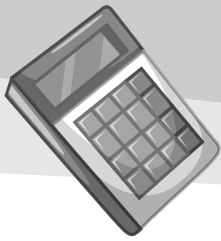
Calcula la expresión decimal de cada una de las siguientes fracciones:

$\frac{2}{4} =$	$\frac{8}{5} =$	$\frac{1}{3} =$	$\frac{15}{2} =$	$\frac{1}{10} =$	$\frac{7}{8} =$	$\frac{5}{15} =$	$\frac{37}{1000} =$
$\frac{7}{5} =$	$\frac{4}{6} =$	$\frac{7}{2} =$	$\frac{231}{1000} =$	$\frac{34}{100} =$	$\frac{20}{3} =$	$\frac{1}{6} =$	$\frac{20}{100} =$
$\frac{80}{10} =$	$\frac{80}{100} =$	$\frac{96}{10} =$	$\frac{45}{9} =$	$\frac{1}{100} =$	$\frac{200}{24} =$	$\frac{72}{1000} =$	$\frac{34}{17} =$

Observación importante: Cabe señalar que dos fracciones equivalentes son aquellas que tienen la misma expresión decimal. Por ejemplo, $\frac{1}{8}$ y $\frac{2}{16}$ son equivalentes porque al calcular sus expresiones decimales obtenemos que $\frac{1}{8} = 0,125$ y $\frac{2}{16} = 0,125$.

Ahora, determina si son equivalentes o no, las siguientes parejas de fracciones:

- a) $\frac{6}{8}$ y $\frac{7}{9}$ b) $\frac{20}{40}$ y $\frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{3}$ y $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{7}$ y $\frac{6}{4}$



Actividad 16 (representación de un número decimal como una fracción):

Para expresar un número decimal como una fracción, la cual llamaremos fracción generatriz, debemos considerar varios casos:

Si la expresión decimal es finita: En este caso, basta escribir una fracción en cuyo numerador coloquemos la cifra completa sin coma y en el denominador la unidad seguida de tantos ceros, como cifras decimales tenga la expresión. Ejemplos:

$$0,5 = \frac{5}{10}, \quad 0,32 = \frac{32}{100}, \quad 1,2 = \frac{12}{10}, \quad 3,123 = \frac{3123}{1000}, \text{ etc.}$$

Si la expresión decimal es infinita pero con expresión periódica pura: En este caso, escribimos en el numerador la diferencia entre la cifra completa sin coma y la parte entera y en el denominador escribimos tantos nueves como dígitos diferentes tenga el período. Ejemplo: Supongamos que queremos hallar la fracción generatriz de $1,\overline{13} = 1,131313\dots$. Luego, expresamos:

$$1,\overline{13} = \frac{113 - 1}{99} = \frac{112}{99}$$

(observarás, que 1 es la parte entera y 13 es el período. Así, en el numerador restamos $113-1$ y como la parte periódica está compuesta por dos dígitos diferentes, 1 y 3, escribimos un 9 por cada dígito en el denominador.)

Otro ejemplo: calculemos la fracción generatriz de la expresión decimal $2,\overline{4} = 2,4444\dots$

$$2,\overline{4} = \frac{24 - 2}{9} = \frac{22}{9}$$

Si la expresión decimal es infinita con período y ante-período: En este caso, escribimos en el numerador la diferencia entre la cifra completa sin coma y la cifra obtenida al unir la parte entera con el ante-período y en el denominador escribimos tantos nueves como dígitos diferentes tenga el período seguido de tantos ceros como dígitos tenga el ante-período. Ejemplo, supongamos que queremos hallar la fracción generatriz de $2,1\overline{4} = 2,14444\dots$. Observamos que en este caso, 2 es la parte entera, 1 es el ante-período y 4 es el período. Así, en el numerador escribimos $214-21$ y colocamos en el denominador un 9 porque la parte periódica está formada por el dígito 4 y un 0 porque el ante-período tiene un 1:

$$2,1\overline{4} = \frac{214 - 21}{90} = \frac{193}{90}$$

Otro ejemplo, calculemos la fracción generatriz de la expresión decimal $0,17\overline{69} = 0,17696969\dots$

$$0,17\overline{69} = \frac{1769 - 17}{9900} = \frac{1752}{9900}$$

Ahora, calcula la fracción generatriz de cada una de las siguientes expresiones decimales:

$0,4=$

$0,05=$

$45,2=$

$3,561=$

$0,\overline{9}=$

$0,1\overline{6}=$

$3,7=$

$3,\overline{7}=$

$3,1\overline{7}=$

$3,0\overline{71}=$

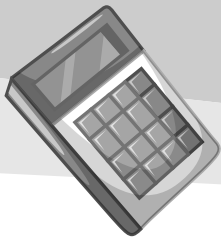
$0,\overline{55}=$

$2,\overline{50}=$

$2,0\overline{5}=$

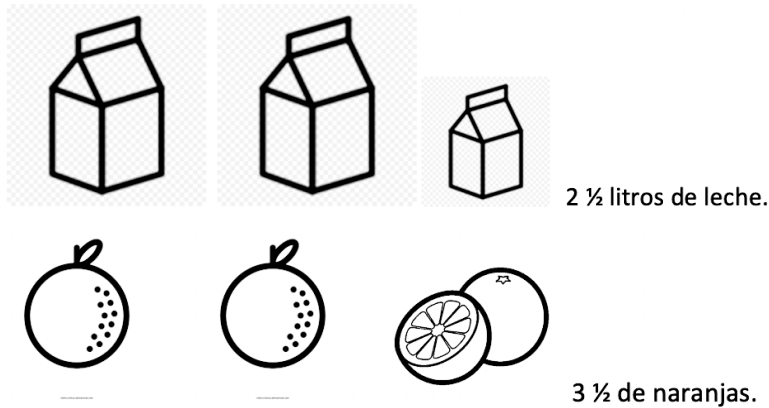
$2,5=$

$10,\overline{1}=$

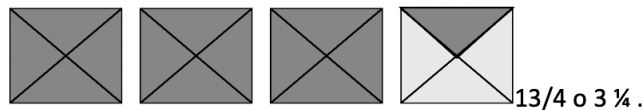


Actividad 17 (números mixtos):

Se define como número mixto a la combinación entre un número entero y un número fraccionario. Son ejemplos de números mixtos:



Así, podemos expresar las fracciones impropias como números mixtos. Por ejemplo, la fracción $\frac{13}{4}$. Observamos que $13=4\cdot3+1$. Por lo tanto, $\frac{13}{4}=\frac{4\cdot3+1}{4}=\frac{4\cdot3}{4}+\frac{1}{4}=3+\frac{1}{4}$. Entonces, como número mixto, la fracción $\frac{13}{4}$ es igual a $3\frac{1}{4}$. Más aún, podemos representar esto gráficamente así:



A continuación expresa como números mixtos las siguientes fracciones:

- a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{12}{5}$ c) $\frac{9}{3}$ d) $\frac{15}{2}$ e) $\frac{10}{3}$

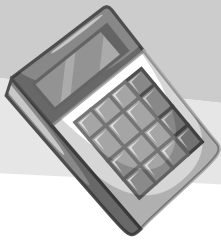
Actividad 18 (aproximación de racionales por números enteros):

En la vida cotidiana, es común el término “redondeo”. Es decir, el de estimar el valor de un número decimal o fraccionario, por el número entero más cercano. Por ejemplo, si debemos pagar Bs. 234,61 pero no tenemos sencillo, lo más probable es que entreguemos Bs. 235. En este caso hemos aproximado el decimal 234,61 por un natural un poco mayor 235, pero que es el más cercano. Esto se llama **aproximación por exceso**. También, el valor puede ser aproximado por un número natural más pequeño, que en este caso sería el 234. Esta es una **aproximación por defecto**.

En el caso de los números fraccionarios podemos proceder de forma parecida. Supongamos que queremos aproximar $\frac{21}{4}$. Para ello, expresamos $\frac{21}{4}$ en su forma decimal: $\frac{21}{4}=5,25$. Para esta fracción existen dos naturales que la aproximan: 5 por defecto y 6 por exceso. Pero como 0,25 un valor más cercano a 0 que a 1, concluimos que $\frac{21}{4}$ está más cerca de 5. Entonces, concluimos que $5<\frac{21}{4}<6$.

Ahora, establece aproximaciones por exceso y por defecto de cada una de las siguientes fracciones:

- a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{12}{5}$ c) $\frac{9}{3}$ d) $\frac{15}{2}$ e) $\frac{10}{3}$



Actividad 19 (porcentaje):

El porcentaje se representa con el símbolo % y se define como el número o cantidad que representa la proporcionalidad de una parte respecto a un total que se considera dividido en cien unidades. Los porcentajes se pueden expresar en números decimales, o como fracciones decimales.

Cuando escuchamos, por ejemplo, “el 25 por ciento de las personas encuestadas afirman que tienen agua en sus casas” significa que, de cada 100 personas encuestadas, 25 personas tienen agua en su casa. Esto se escribe

$$25\% = \frac{25}{100} = 0,25$$

Análogamente: $10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$, $4\% = \frac{4}{100} = 0,04$, $75\% = \frac{75}{100} = 0,75$, etc.

A continuación, expresa en forma de porcentaje:

0,12=	0,72=	0,05=
0,18=	0,09=	0,02=

Expresa las siguientes fracciones decimales en forma de porcentaje:

$\frac{34}{100}$ =	$\frac{79}{100}$ =	$\frac{65}{100}$ =
$\frac{11}{100}$ =	$\frac{18}{100}$ =	$\frac{92}{100}$ =

Escribe los siguientes porcentajes en forma de fracciones:

23%=	47%=	95%=
62%=	39%=	79%=

Finalmente, para calcular el porcentaje de un número multiplicamos el número por el porcentaje y lo dividimos entre 100. Ejemplo, ¿Cuál es el 25% de 320? Para dar respuesta a esto, calculamos:

$$320 \times \frac{25}{100} = \frac{8000}{100} = 80$$

Así, el 25% de 320 unidades es igual a 80 unidades.

A continuación, calcula el porcentaje en cada caso:

- 30% de 400
- 64% de 600
- 30% de 400
- 45% de 300
- 75% de 240.

PROGRAMA

Aprendiendo desde casa

Fuentes documentales

Á. Díaz de Cerio y S.J. F Otaegui (1979) Nociones elementales y ejercicios prácticos. 40 Colección Angelito.

Pablo Domínguez y Ramón Rodríguez (1978) Área de matemáticas. 5° grado. Editorial Natura, S.R.L. Sociedad de Ciencias Naturales La Salle.

Contactos:

matconexo@gmail.com

info@accionhumanitariaporvenezuela.com

 @matconexo



Aprendiendo desde casa. Área: Matemáticas by Iris A. López P. is licensed under a Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional License.

Esta obra está sujeta a la licencia Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional de Creative Commons. Para ver una copia de esta licencia, visite <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>.



@AccionVzla



@AccionVzla



@AccionPorVzla



Acción Humanitaria
Por Venezuela

www.accionhumanitariaporvenezuela.com